UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Facultad de Ciencias

Plan de estudios de la Licenciatura en Matemáticas Aplicadas

Análisis Matemático Aplicado

Clave	**Semestre**	**Créditos**	**Área de conocimiento**	**Análisis**
0919	**6**	**10**	**Campo**	
			Etapa	**Profundización**

Modalidad	**Curso (X) Taller ( ) Lab ( ) Sem ( )**	**Tipo**	**T (X) P ( ) T/P ( )**
Carácter	**Obligatorio (X) Optativo ( )** **Obligatorio E ( ) Optativo E ( )**	**Horas**	

Semana		**Semestre**	
Teóricas	**5**	**Teóricas**	**80**
Prácticas	**0**	**Prácticas**	**0**
Total	**5**	**Total**	**80**

Seriación	
Ninguna ( )	
Obligatoria ( )	
Asignatura antecedente	
Asignatura subsecuente	
Indicativa (X)	
Asignatura antecedente	**Análisis Matemático I; Ecuaciones Diferenciales I**
Asignatura subsecuente	

Objetivo general:

- Conocer temas de análisis elegidos por su valor formativo y por su importancia en las diversas áreas de las matemáticas aplicadas.
- Mostrar los temas como problemas de análisis matemático intrínsicamente importantes, pero también, mediante ejemplos, al análisis matemático como una poderosa herramienta para resolver problemas de las matemáticas aplicadas.
- Adquirir sólidos conocimientos de análisis y capacidad de resolver problemas concretos de las aplicaciones a partir de herramientas de análisis. (Las aplicaciones que se menciona son sugerencias para el profesor y pueden ser cambiadas por otras).

Objetivos específicos:

- Introducir al alumno a la teoría de la medida en el sentido de Lebesgue. Conocer el concepto de integral de Lebesgue
- .Conocer el concepto de espacio de Hilbert y base ortonormal de un espacio defunciones.
- Introducir el concepto de serie de Fourier y la convergencia de las series para representar funciones.
- Usar las series de Fourier para resolver problemas lineales de ecuaciones diferenciales parciales en dominios acotados y con valores a la frontera.
- Introducir el concepto de transformada de Fourier para funciones en todo el espacio y el teorema de inversión.
- Estudiar las propiedades de la transformada de Fourier ysus aplicaciones en ecuaciones diferenciales parciales y procesamiento de señales**.**
- Conocer la trasformada de Laplace, la transformada inversa y sus propiedades.
- Aplicar la transformada de Laplace a problemas de valores iniciales en ecuaciones diferenciales parciales.
- Conocer la teoría de distribuciones: definiciones, propiedades, teoremas de convergencia.
- Estudiar las transformadas de de Fourier y Laplace de distribuciones**.**
- Conocer el concepto de ondeletas como ejemplo de una base no ortonormal de un espacio de hilbert, algunas de sus propiedades y el análisis multiresolución.
- Mostrar algunas aplicaciones a procesamiento de señales.

Índice temático			
	Tema	**Horas semestre**	
		Teóricas	**Prácticas**
1	**Teoría de Conjuntos y Medida de Lebesgue**	**10**	**0**
2	**Integral de Lebesgue**	**10**	**0**
3	**Espacios de Hilbert**	**5**	**0**
4	**Series de Fourier**	**15**	**0**
5	**Transformada de Fourier**	**15**	**0**
6	**Transformada de Laplace**	**5**	**0**
7	**Teoría de distribuciones**	**15**	**0**
8	**Ondeletas**	**5**	**0**
	subtotal	**80**	**0**
	Total	**80**	

Contenido Temático	
	Tema y subtemas
1	**Teoría de Conjuntos y Medida de Lebesgue.** 1.1 Álgebras y σ-álgebras de conjuntos 1.2 Conjuntos de Borel. 1.3 Medidas numerablemente aditivas 1.4 Medida exterior 1.5 Conjuntos medibles 1.6 Medida de Lebesgue. Ejemplo de conjunto no medible. 1.7 Funciones medibles .
2	**Integral de Lebesgue.**

	2.1 Integral de funciones simples. 2.2 Integral de funciones acotadas sobre un conjunto de medida finita. 2.3 Integral de funciones positivas. 2.4 Integral general de Lebesque. 2.5 Teoremas de convergencia acotada, de Levi de convergencia monótona, lema de Fatou, teorema de convergencia dominada .
3	**Espacios de Hilbert.** 3.1 Definición, ejemplos. 3.2 Teorema de Pitágoras, desigualdades de Bessel, Schwarz y del triángulo. 3.3 Teorema de proyección, Lema de Riesz. Bases ortogonales y ortonormales. 3.4 Definición y completitud del espacio L2 de las funciones de cuadrado Integrable
4	**Series de Fourier.** 4.1 Definición. 4.2 Convergencia en sentido de Cesaro, puntual y en L2. 4.3 El fenómeno de Gibbs. 4.4 Forma exponencial, series de senos y de cosenos. 4.5 Igualdad de Parseval. 4.6 Teorema de convolución. 4.7 Transformadas de Fourier discreta y rápida. 4.8 Aplicaciones a ecuaciones de la física matemática, por ejemplo, ecuaciones del calor, de ondas y de Schroedinger. 4.9 Aplicaciones a filtros en procesamientos de señales y re-escalamientos de imágenes.
5	**Transformada de Fourier.** 5.1 Definición para funciones en el espacio de Schwartz, propiedades. 5.2 Teorema de inversión. 5.3 La transformada de Fourier en L2. 5.3 Transfomadas seno y coseno. 5.5 La igualdad de Parseval. 5.6 El teorema de convolución. 5.7 Teorema de Shannon para señales con ancho de banda limitada. 5.8 Aplicaciones a ecuaciones de la física matemática, por ejemplo, ecuaciones del calor de ondas y de Schroedinger. Relaciones de incertidumbre de Heisenberg. 5.9 Aplicaciones a Filtros en procesamientos de señales.
6	**Transformada de Laplace.** 6.1 Definición, propiedades. Analiticidad de la transformada de Laplace. 6.2 Transformada de Laplace de funciones elementales. 6.3 Abscisa de convergencia. Funciones de tipo exponencial. 6.3 Inversión de la transformada de Laplace. 6.4 Transformada de Laplace de la derivada y de la integral de una función. 6.5 Teorema de convolución. 6.6 Problemas de valores iniciales. Aplicaciones a ecuaciones de la física matemática, por ejemplo, ecuaciones de ondas, del calor y de Schroedinger.
7	**Teoría de distribuciones.**

	7.1 El espacio de la funciones de prueba. 7.2 Definición de distribuciones. Ejemplos: distribución de carga o de masa volumétrica y superficial, dipolos, distribución de Dirac. 7.3 Soporte de una distribución. 7.4 Distribuciones a soporte compacto. 7.5 Diferenciación de distribuciones. Ejemplos de derivadas en una y varias variables. 7.6 Solución de ecuaciones diferenciales en sentido de distribuciones. 7.7 Multiplicación de distribuciones. Convolución de distribuciones. 7.8 Convergencia de distribuciones. 7.9 Series de distribuciones. Serie de Fourier de distribuciones. 7.10 Transformada de Fourier de distribuciones. 7.11 Transformada de Laplace de distribuciones. 7.12 Aplicaciones a ecuaciones de la física matemática, por ejemplo: ecuaciones de ondas, del calor y de Schroedinger.
8	**Ondeletas.** 8.1 Transformada de Fourier en ventanas. 8.2 Base de Haar, definición y completez. 8.3 Ondeletas. Análisis multiresolución. 8.4 Aplicaciones al procesamiento de señales: reducción de ruido y compresión de imágenes.

Estrategias didácticas		**Evaluación del aprendizaje**	
Exposición	(x)	Exámenes parciales	(x)
Trabajo en equipo	( )	Examen final	( )
Lecturas	(x)	Trabajos y tareas	( )
Trabajo de investigación	( )	Presentación de tema	( )
Prácticas (taller o laboratorio)	( )	Participación en clase	( )
Prácticas de campo	( )	Asistencia	( )
Aprendizaje por proyectos	( )	Rúbricas	( )
Aprendizaje basado en problemas	( )	Portafolios	( )
Casos de enseñanza	( )	Listas de cotejo	( )
Otras (especificar)		Otras (especificar)	

Perfil profesiográfico	
Título o grado	Matemático, fisico o licenciado en una carrera afín
Experiencia docente	Con experiencia docente
Otra característica	Especialista en el área de la asignatura a juicio del comité de asignación de cursos.

Bibliografía básica:

- Courant, R., Hilbert,D., *Methods of Mathematical Physics*, Wiley, New York, 1989.
- Dym, H., Mc Kean, H.P., *Fourier Series and Integrals*, Academic Press.
- Goldberg, R., *Methods of Real Analysis*, John Wiley & Sons. 1976
- Kreider,D.L., Kuller,R.G., Ostberg,D.R, Perkins, F.W., *Introducción al Analisis Real*, Fondo

Educativo Americano S. A., Sao Paulo, Representaciones y Servicios de Ingeniería, S.A., México D.F. 1980.

- Pereyra, M.A., Ward L.A., *Harmonic analysis*, form Fourier to Wavelets, STML, AMS Vol 63.
- Royden H.L., *Real Analysis*. Mac Millan

Bibliografía complementaria:

- Bartle, R.G., *The Elements of Integration and Lebesgue Measure*, Wiley, 1995
- Damelin S.B., Miller W., *The mathematics of signal processing*, Cambridge Unversity press.E. Stein*, Harmonic Analysis: Real-Variable Methods*, *Orthogonality, and Oscillatory Integrals*, Princeton University Press; 1993
- Lieb, M. Loss, *Analysis*, Second Edition, American Mathrematical Society, 2001.
- Reed, B. Simon. *Methods of Modern Mathematical Physics I: Functional Analysis*, Academic Presss, 1980.
- Schwartz L., Mathematics for the Physical Sciences, Dover. 2008.
- Stein E.H.E., *Harmonic Analysis: Real-Variable Methods, Orthogonality, and Oscillatory Integrals*, Princeton University Press; 1993