

## MATEMÁTICAS AVANZADAS DE LA FÍSICA

---

CLAVE: 0610  
SEXTO SEMESTRE:  
CRÉDITOS: 10

MODALIDAD: Curso  
CARÁCTER: Obligatorio  
REQUISITOS: Cálculo Diferencial e Integral I a IV,  
Álgebra Lineal, Ecuaciones Diferenciales,  
Variable Compleja

---

HORAS POR CLASE  
HORAS POR SEMANA  
HORAS POR SEMESTRE

TEÓRICAS: 1  
TEÓRICAS: 5  
TEÓRICAS: 80

---

### Objetivos

Familiarizar al estudiante con las ideas básicas del análisis de ecuaciones que involucran a funciones de varias variables.

Formular aproximaciones consistentes a soluciones, con el fin de cuantificar los distintos mecanismos de la física que se involucran.

Enseñar a consultar la literatura matemática que sea relevante para los problemas de física.

Familiarizar al estudiante con el papel moderno que juegan las funciones especiales, como auxiliares poderosos en el análisis cualitativo de problemas en varias variables.

### Metodología de la enseñanza

Exposición por parte del profesor, con énfasis en la solución del problema en cuestión de forma relevante para la física del mismo (ver lista anexa de problemas). Se debe poner más énfasis en ejemplos no triviales, que en teorías generales.

### Evaluación del curso

Mediante tareas, dos exámenes parciales y un examen final.

### Temario

Separación de variables, espacios de Hilbert, oscilaciones normales en sistemas con infinitos grados de libertad.

1. El problema de la cuerda finita y las series de Fourier. 20 hrs
  - El problema de Sturm-Liouville. Ortogonalidad y bases.
  - El problema oscilatorio de una membrana y los modos de vibración.
  - Las funciones de Bessel y sus propiedades nodales. Análisis de soluciones regulares y singulares a partir de la ecuación diferencial.
  - Membranas sectoriales y las funciones de Bessel de orden fraccionario.
  - Desarrollo de funciones en términos de funciones de Bessel.
  - El problema general de existencia y completez de funciones propias de operadores en regiones acotadas. El espectro puntiforme.
  - Cálculo del operador inverso para la cuerda y la viga en una dimensión, empleando variación de parámetros. Interpretación en términos de fuerzas puntiformes y funciones generalizadas (delta de Dirac, función de Heaviside, dipolos, etc.).
2. El problema de vibración y dispersión de ondas en regiones finitas. 20 hrs
  - La cuerda vibrante semiinfinita. Ondas incidentes y reflejadas. El espectro continuo. El desarrollo de funciones en términos de funciones propias generalizadas del espectro continuo.
  - El problema de reflexión de olas en playas y las funciones de Bessel. Representación integral (compleja) de las funciones de Bessel y su asintótica en términos de ondas incidentes y reflejadas. Representación espectral del operador de Bessel en el caso de espectro continuo.

Difracción de ondas electromagnéticas por un cilindro. Separación de variables a funciones de Bessel modificadas y radiación. Representación integral y asintótica de las funciones de Bessel. Patrón de difracción. El azul del cielo. Sección eficaz de dispersión.

3. Espectro mixto en mecánicas cuántica y clásica. 20 hrs

El problema del pozo de potencial. Estados libres y estados ligados. Representación espectral en términos del espectro puntiforme y el continuo. Potenciales sin reflexión y la representación espectral asociada con ellos. Ondas elásticas acopladas con vibraciones en estructura. Atrapamiento de energía y resonancias. Amortiguamiento por radiación.

4. El problema del calentamiento de la Tierra. Propagación de calor en una esfera. Polinomios armónicos y representación espectral de operadores diferenciales en dos variables. Concentración de calor y asintótica de los polinomios de Legendre. 10 hrs

5. Transformadas de Laplace y propagación de frentes de onda. 5 hrs

El problema de valores iniciales para la ecuación de onda. Velocidad finita de propagación. Soluciones discontinuas usando la transformada de Laplace. Inversión de transformada usando la variable compleja. Velocidad de señal y velocidad de grupo. Ondas dispersivas y precursores. Solución a la ecuación de ondas en tres dimensiones combinando transformada de Laplace y tridimensional de Fourier.

6. Estabilidad de oscilaciones y funciones de Mathieu. Bandas de estabilidad e inestabilidad. Separación de variables en coordenadas elipsoidales y problemas de potencial. 5 hrs

#### PROBLEMAS SUGERIDOS PARA UN TRATAMIENTO COMPLETO

Difracción por esferas y conos.

Integral de Fresnel.

El átomo de hidrógeno.

Vórtices en fluidos.

Potencial de diferentes distribuciones.

Olas en playas.

Cuerdas y resortes.

Placas con calentamiento y enfriamiento de Newton.

Bandas de conducción y zonas de Brillouin.

#### Bibliografía básica

Arfken, J., 1966, **Mathematical methods of physics**, Academic Press, N.Y., USA.

Friedman, B., 1956, **Principles and techniques of applied mathematics**, John Wiley & Sons, USA.

Keener, A., 1988, **Principles of applied mathematics, transformations and approximations**, Addison-Wesley, USA.

Lebedev, N.N., 1970, **Special functions and their applications**, ed. Dover, N.Y., USA.

Weinberger, H.F., 1969, **Partial differential equations**, ed. Ginn Blaisdell.

Whithaker & Watson, 1927, **A course in modern analysis**, Cambridge University Press, UK.

#### Bibliografía complementaria

Courant, R., Hilbert, D., 1989, **Mathematical methods of physics**, ed. Dover, N.Y., USA.

Jeffreys & Jeffreys, 1946, **Mathematical physics**, Cambridge University Press, UK.

Kevorkian, J., 1980, **Perturbation methods in applied mathematics**, ed. Springer-Verlag, Alemania.

Kevorkian, J., 1990, **Partial differential equations, analytical solution techniques**, ed. Wordsworth.