

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
FACULTAD DE CIENCIAS  
CARRERA DE MATEMÁTICO

**SISTEMAS DINÁMICOS DISCRETOS I (ejemplo)**

SEMESTRE: **Quinto o sexto**

CLAVE: **0273**

HORAS A LA SEMANA/SEMESTRE

TEÓRICAS	PRÁCTICAS	CRÉDITOS
5/80	0	10

CARÁCTER: **OPTATIVO.**

MODALIDAD: **CURSO.**

SERIACIÓN INDICATIVA ANTECEDENTE: **Álgebra Lineal I, Cálculo Diferencial e Integral IV.**

SERIACIÓN INDICATIVA SUBSECUENTE: **Sistemas Dinámicos Discretos II.**

OBJETIVO(S): El objetivo del curso es hacer una introducción a la teoría de los sistemas dinámicos discretos, centrándose principalmente en el estudio de los sistemas definidos en subconjuntos de los números reales. En el curso se estudia también los primeros aspectos de la dinámica de funciones definidas en el círculo. Esto permite presentar algunos comportamientos dinámicos que no se presentan en funciones definidas en la recta real.

NUM. HORAS	UNIDADES TEMÁTICAS
10	<b>1. Primeras definiciones</b>
	1.1 Presentación de los distintos tipos de órbitas: periódicas, preperiódicas, y asintóticamente periódicas.
	1.2 Puntos fijos. Atractores, repulsores y neutros. El papel de la derivada en la caracterización de estos puntos. Puntos hiperbólicos. Primeras ideas de estabilidad.
	1.3 Puntos con otros tipos de recurrencia: puntos no errantes (el omega conjunto límite de la función) y puntos recurrentes.
	1.4 El $\alpha$ -conjunto límite y el $\omega$ -conjunto límite de un punto. Órbitas aperiódicas.
	1.5 Ejemplos en la recta real: La función logística (y su familia $f_\lambda(x) = \lambda x(1 - x)$ ), la función tienda (y su familia).
	1.6 Ejemplos sencillos en el plano y en los números complejos.
5	<b>2. Primeros aspectos de la dinámica en el círculo</b>
	2.1 Rotaciones. Teorema de Jacobi.
	2.2 Homeomorfismos, número de rotación.

10	<b>3. Sistemas dinámicos discretos lineales</b>
	3.1 Modelos de poblaciones estructuradas: Matriz de Leslie. Propiedades del espectro de las matrices positivas.
	3.2 Clases anisócronas de estructura: Matriz de Lefkovich.
	3.3 Teoría de Caswell: Sensibilidad y elasticidad de una matriz.
10	<b>4. El Teorema de Sharkovskii</b>
	4.1 Relación entre los distintos períodos posibles en funciones definidas en intervalos.
	4.2 La importancia del período 3.
	4.3 El teorema de Sharkovskii.
10	<b>5. Sistemas dinámicos caóticos</b>
	5.1 Transitividad topológica. Existencia de órbitas densas.
	5.2 Sensibilidad a las condiciones iniciales. Conceptos relacionados: Inestabilidad, expansividad.
	5.3 Definición de caos. Ejemplos de sistemas caóticos.
10	<b>6. Equivalencia entre sistemas</b>
	6.1 Conjugación topológica. Propiedades invariantes bajo la conjugación.
	6.2 Relación entre la función logística y la función tienda.
	6.3 Dinámica simbólica. Espacio de las sucesiones en dos símbolos. Propiedades dinámicas de la función corrimiento.
	6.4 Descripción de la dinámica de elementos de la familia logística y de la tienda donde el omega conjunto límite es un conjunto de Cantor.
10	<b>7. Introducción a bifurcaciones</b>
	7.1 Duplicación de período en la familia logística.
	7.2 Introducción al análisis del diagrama de bifurcaciones de la familia logística. Utilización de experimentos numéricos para su descripción.
5	<b>8. Aplicaciones a otras áreas de las matemáticas y a otras ciencias</b>

10	<b>9. Temas optativos</b>
	9.1 Introducción a sistemas en el plano. Dinámica de transformaciones lineales. Una primera mirada a la Herradura de Smale.
	9.2 Transformaciones lineales y caos. Ejemplo de una transformación lineal caótica en un espacio de dimensión infinita.
	9.3 Dinámica de la función $f(z) = z^2$ definida en los números complejos. Dinámica de otros elementos de la familia cuadrática $f(z) = z^2 + c$ . Presentación del Conjunto de Julia y del Conjunto de Mandelbrot.
	9.4 Relación entre la definición de caos de R. Devaney y otros conceptos de sistemas caóticos: El “conjunto revuelto” de Li y Yorke, las “funciones turbulentas” de Block y Coppel, y otros.
	9.5 Ejemplo de funciones en el intervalo con puntos periódicos de período todas las potencias de 2. Introducción a la dinámica de otra función definida en el espacio de las sucesiones de dos símbolos: la <i>Sumadora</i> .

**BIBLIOGRAFÍA BÁSICA:**

1. Anton, H.A., Rorres, C., *Elementary Linear Algebra with Applications*, New York: Wiley, 1987.
2. Block, L.S., Coppel, W.A., *Dynamics in One Dimension*, Berlin: Springer Verlag, 1992.
3. Caswell, H., *Matrix Populations Models*, Sunderland, Massachusetts: Sinauer Ass. Inc. Publishers, 2001.
4. Devaney, R.L., *An Introduction to Chaotic Dynamical Systems* (Second Edition), New York: Addison Wesley, 1989.
5. Devaney, R.L., *A First Course in Chaotic Dynamical Systems: Theory and Experiments*, New York: Addison Wesley, 1992.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA:

1. Alligood, K., Sauer, T.D., Yorke, J., *CHAOS, an Introduction to Dynamical Systems*, New York: Springer-Verlag, 1996.
2. Hirsch, M., Smale, S., Devaney, R.L., *Dynamical Systems and an Introduction to Chaos*, San Diego, California: Academic Press, 2004.
3. Holmgren, R.A., *A First Course in Discrete Dynamical Systems*, New York: Springer-Verlag, 1996.
4. Méndez-Lango, H., *Iteración de Funciones (notas para un curso de introducción a los sistemas dinámicos discretos)*, Vínculos Matemáticos, Serie textos, número 4, México: UNAM, 2000.
5. Robinson, C. *Dynamical Systems: Stability, Symbolic Dynamics, and Chaos*, Boca Raton: CRC Press, 1999.

SUGERENCIAS DIDÁCTICAS: Lograr la participación activa de los alumnos mediante exposiciones.

SUGERENCIA PARA LA EVALUACIÓN DE LA ASIGNATURA: Además de las calificaciones en exámenes y tareas se tomará en cuenta la participación del alumno.

PERFIL PROFESIOGRÁFICO: Matemático, físico, actuuario o licenciado en ciencias de la computación, especialista en el área de la asignatura a juicio del comité de asignación de cursos.