



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO



Facultad de Ciencias

Plan de estudios de la Licenciatura en Matemáticas

### Cálculo Diferencial e Integral IV

|               |  |                |                      |                       |              |  |
|---------------|--|----------------|----------------------|-----------------------|--------------|--|
| Clave<br>0094 | Semestre<br>4                          | Créditos<br>18 | Área de conocimiento |                       |              |  |
|               |  |                | Campo                |                       |              |  |
|               |  |                | Etapa                |                       |              |  |
| Modalidad     | Curso ( X ) Taller ( ) Lab ( ) Sem ( ) |                | Tipo                 | T ( X ) P ( ) T/P ( ) |              |  |
| Carácter      | Obligatorio ( X ) Optativo ( )         |                | Horas                |                       |              |  |
|               | Obligatorio E ( ) Optativo E ( )       |                |                      |                       |              |  |
|               |  |                | Semana               | Semestre              |              |  |
|               |  |                | Teóricas             | 9                     | Teóricas 144 |  |
|               |  |                | Prácticas            | 0                     | Prácticas 0  |  |
|               |  |                | Total                | 9                     | Total 144    |  |

|                        |   |
|------------------------|---|
| <b>Seriación</b>       |   |
| Ninguna ( )            |   |
| Obligatoria ( )        |   |
| Asignatura antecedente |   |
| Asignatura subsecuente |   |
| Indicativa ( X )       |   |
| Asignatura antecedente | Álgebra Lineal I<br>Cálculo Diferencial e Integral III        |
| Asignatura subsecuente | Análisis Matemático I<br>Ecuaciones Diferenciales Parciales I |

|  |
|--|
| <b>Objetivos generales:</b>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Introducir en la definición y en los métodos de integración en varias variables.</li> <li>• Introducir en métodos de integración sobre curvas y superficies.</li> <li>• Introducir en los teoremas integrales de Green, Gauss y Stokes.</li> <li>• Relacionar lo que se estudia con la experiencia más inmediata.</li> <li>• Empezar con la intuición geométrica que pueda tener y con aplicaciones más sencillas de situaciones de la física o de otras ciencias.</li> <li>• Empezar con curvas que se puedan dibujar y seguir con superficies dadas como gráficas de funciones de dos variables, tratar el caso general de una superficie en forma paramétrica en un espacio de dimensión arbitraria</li> </ul> |

**Objetivos específicos:**

- Extender el concepto de integrales múltiples y reconocer algunos resultados importantes.
- Conocer el concepto de integral de línea y su utilización en la definición y caracterización de campos vectoriales.
- Explicar el concepto de integral sobre una superficie y algunas propiedades y resultados básicos.
- Establecer los teoremas de integrales y sus aplicaciones
- Extender el concepto de convergencia uniforme y series de potencias, y reconocer algunos resultados importantes.
- Conocer el concepto de integral de Fourier y sus aplicaciones.
- Explicar los métodos numéricos en integrales múltiples y algunos resultados.
- Establecer las propiedades de las formas diferenciales.

| <b>Índice temático</b> |   |                       |                  |
|------------------------|---|-----------------------|------------------|
|                        | <b>Tema</b>   | <b>Horas semestre</b> |                  |
|                        |   | <b>Teóricas</b>       | <b>Prácticas</b> |
| <b>1</b>               | <b>Integrales múltiples</b>                                 | <b>32</b>             | <b>0</b>         |
| <b>2</b>               | <b>Integral de línea</b>                                    | <b>22</b>             | <b>0</b>         |
| <b>3</b>               | <b>Integral de superficie</b>                               | <b>22</b>             | <b>0</b>         |
| <b>4</b>               | <b>Teoremas integrales</b>                                  | <b>32</b>             | <b>0</b>         |
| <b>5</b>               | <b>Convergencia uniforme y series de potencias</b>          | <b>9</b>              | <b>0</b>         |
| <b>6</b>               | <b>Optativo: Integral de Fourier</b>                        | <b>9</b>              | <b>0</b>         |
| <b>7</b>               | <b>Optativo: Métodos numéricos en integrales múltiples.</b> | <b>9</b>              | <b>0</b>         |
| <b>8</b>               | <b>Optativo: Formas diferenciales</b>                       | <b>9</b>              | <b>0</b>         |
| <b>Subtotal</b>        |   | <b>144</b>            | <b>0</b>         |
| <b>Total</b>           |   | <b>144</b>            |                  |

| <b>Contenido Temático</b> |   |
|---------------------------|---|
|                           | <b>Tema y subtemas</b>  |
| <b>1</b>                  | <p><b>Integrales múltiples</b></p> <p>1.1 Área de un conjunto plano.</p> <p>1.2 Integral de una función de dos variables, como volumen debajo de una superficie y sumas de Riemann.</p> <p>1.3 Propiedades de las integrales.</p> <p>1.4 Conjuntos de medida cero.</p> <p>1.5 Cálculo de integrales múltiples, teoremas de Fubini, integración sobre dominios más generales.</p> <p>1.6 Integrales triples y cálculo de volúmenes.</p> <p>1.7 Teorema del cambio de variables e integrales en polares, cilíndricas, esféricas.</p> <p>1.8 Teorema del valor medio.</p> <p>1.9 Centro de masa y momentos de inercia (opcional).</p> <p>1.10 Integrales impropias.</p> <p>1.11 Funciones no continuas sobre conjuntos acotados.</p> <p>1.12 Integrales sobre regiones no acotadas.</p> <p>1.13 Convergencia uniforme, teorema de Fubini, derivación bajo la integral.</p> |
| <b>2</b>                  | <b>Integral de línea</b>  |

|          |   |
|----------|---|
|          | <p>2.1 Integración de funciones escalares sobre curvas paramétricas, independencia de la parametrización de la curva, integrales de trayectoria.</p> <p>2.2 Integrales de línea en campos vectoriales, cálculo del trabajo debido a un campo de fuerzas.</p> <p>2.3 Integrales de línea en campos del tipo gradiente y campos conservativos.</p> <p>2.4 Teorema de Green, aplicaciones y ejemplos.</p> <p>2.5 Índice de un campo (opcional).</p>  |
| <b>3</b> | <p><b>Integral de superficie</b></p> <p>3.1 Superficies parametrizadas, vector normal y plano tangente.</p> <p>3.2 Integración sobre superficies parametrizadas y cálculo de áreas.</p> <p>3.3 Independencia de la parametrización.</p> <p>3.4 Integración de funciones escalares y vectoriales sobre superficies orientables.</p> <p>3.5 Integrales en coordenadas curvilíneas.</p>  |
| <b>4</b> | <p><b>Teoremas integrales</b></p> <p>4.1 Teorema de la divergencia en el plano, interpretación geométrica.</p> <p>4.2 Ejemplos de integrales de línea, índice de un campo sobre una curva.</p> <p>4.3 Teorema de Green, aplicación al laplaciano, conservación de masa.</p> <p>4.4 Teorema de Stokes, rotacional, vorticidad.</p> <p>4.5 Teorema de Gauss y Stokes en el espacio.</p> <p>4.6 Flujos a través de una superficie (presión).</p> <p>4.7 Identidades de Green.</p> <p>4.8 Problemas de Laplace, el laplaciano en distintas coordenadas.</p> <p>4.9 Teorema de Stokes y aplicaciones.</p> <p>4.10 Principio del máximo para la ecuación del calor.</p> <p>4.11 Función de Green.</p> |
| <b>5</b> | <p><b>Convergencia uniforme y series de potencias</b></p> <p>5.1 Definición y ejemplos de convergencia uniforme en una variable, propiedades; convergencia uniforme de continuas en intervalos cerrados converge a continua, diferenciación término a término, la prueba M de Weierstrass, ejemplos de funciones continuas que en ningún punto son diferenciables, series de potencias, series de Taylor, intervalos de convergencia, derivación e integración término a término, ejemplos, series de Taylor de las funciones trascendentes.</p>  |
| <b>6</b> | <p><b>Optativo: Integral de Fourier</b></p> <p>6.1 Propiedades, teorema de inversión, Lema de Riemann Lebesgues, Parseval, convolución.</p> <p>6.2 Integral de Fresnel.</p> <p>6.3 Ecuación de onda con transformada de Fourier.</p> <p>6.4 Transformada de Laplace.</p> <p>6.5 Desigualdad de Bessel, teoremas de convergencia uniforme.</p> <p>6.6 La ecuación de calor y de onda.</p>  |
| <b>7</b> | <p><b>Optativo: Métodos numéricos en integrales múltiples.</b></p>  |

|          |  |
|----------|--|
|          | 7.1 Métodos del trapecio y de Simpson.<br>7.2 Cuadraturas gaussianas.<br>7.3 Integración en límites arbitrarios.<br>7.4 Cálculo de errores.<br>7.5 Método de Montecarlo.   |
| <b>8</b> | <b>Optativo: Formas diferenciales</b><br><br>8.1 Derivada exterior, formas cerradas, formas exactas.<br>8.2 Cambios de variables para formas diferenciales.<br>8.3 Orientación de superficies.<br>8.4 Integrales de formas diferenciales.<br>8.5 Cálculo y formas diferenciales en variedades, teorema de Stokes en variedades, elemento de volumen. |

| <b>Estrategias didácticas</b>    |       | <b>Evaluación del aprendizaje</b> |       |
|----------------------------------|-------|-----------------------------------|-------|
| Exposición                       | ( X ) | Exámenes parciales                | ( X ) |
| Trabajo en equipo                | ( )   | Examen final                      | ( X ) |
| Lecturas                         | ( )   | Trabajos y tareas                 | ( X ) |
| Trabajo de investigación         | ( )   | Presentación de tema              | ( )   |
| Prácticas (taller o laboratorio) | ( )   | Participación en clase            | ( X ) |
| Prácticas de campo               | ( )   | Asistencia                        | ( )   |
| Aprendizaje por proyectos        | ( )   | Rúbricas                          | ( )   |
| Aprendizaje basado en problemas  | ( )   | Portafolios                       | ( )   |
| Casos de enseñanza               | ( )   | Listas de cotejo                  | ( )   |
| Otras (especificar)              |       | Otras (especificar)               |       |
|                                  |       |                                   |       |

| <b>Perfil profesiográfico</b> |   |
|-------------------------------|---|
| Título o grado                | Matemático, físico, actuario o licenciado en ciencias de la computación.              |
| Experiencia docente           | Con experiencia docente.  |
| Otra característica           | Especialista en el área de la asignatura a juicio del comité de asignación de cursos. |

|   |
|---|
| <b>Bibliografía básica:</b>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Apostol, T.M., <i>Calculus. Volumen I</i>, México: Ed. Reverté, 2001.</li> <li>• Courant, R., <i>Differential and Integral Calculus. Vol 2</i>. New York: J. Wiley, 1936.</li> <li>• Courant, R., John, F., <i>Introducción al Cálculo y al Análisis Matemático. Vol. 2</i>. México: Limusa, 1974.</li> <li>• Lang, S., <i>Calculus of Several Variables</i>. New York: Springer, 1987.</li> <li>• Marsden, J., Tromba, A., <i>Cálculo Vectorial</i>. México: Addison-Wesley, Pearson Educación, 1998.</li> <li>• Thomas, G.B., Finney, R.L., <i>Cálculo: Varias Variables</i>. México: Addison-Wesley Longman, 1999.</li> </ul> |
| <b>Bibliografía complementaria:</b>   |

- Buck, R.C., *Advanced Calculus*. New York: McGraw-Hill, 1978.
- Budak, B.M., Fomin, S.V., *Multiple Integrals Field Theory and Series*. Moscú: MIR, 1973.
- Crowell, R., Trotter, H., Williamson, R., *Cálculo de Funciones Vectoriales*. Bogotá: Prentice Hall Internacional, 1973.
- Fulks, W., *Cálculo Avanzado*. México: Limusa-Wiley, 1970.
- Spivak, M., *Cálculo en Variedades*. México: Ed. Reverté, 1987.
- Spivak, M., *Cálculo Infinitesimal*. (2<sup>a</sup> ed.). México: Ed Reverté, 1998.
- Stein, S.K., *Calculus and Analytic Geometry*. New York: McGraw Hill, 1992.
- Widder, D.V., *Advanced Calculus*. New York: Dover, 1989.