



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO



Facultad de Ciencias

Plan de estudios de la Licenciatura en  
Matemáticas

### Cálculo Diferencial e Integral III

Clave 0093	Semestre 3	Créditos 18	Área de conocimiento	
			Campo	
			Etapas	
Modalidad	Curso ( X ) Taller ( ) Lab ( ) Sem ( )		Tipo	T ( X ) P ( ) T/P ( )
Carácter	Obligatorio ( X ) Optativo ( )		Horas	
	Obligatorio E ( ) Optativo E ( )			
			Semana	Semestre
			Teóricas	9 Teóricas 144
			Prácticas	0 Prácticas 0
			Total	9 Total 144

#### Seriación

Ninguna ( )  
Obligatoria ( )

Asignatura antecedente	
Asignatura subsecuente	
Indicativa ( X )	
Asignatura antecedente	Álgebra Superior I Cálculo Diferencial e Integral II Geometría Analítica II
Asignatura subsecuente	Cálculo Diferencial e Integral IV Ecuaciones Diferenciales I Probabilidad II Taller de Modelación III

#### Objetivos generales:

- Medir curvas, calcular áreas de superficies, reconocer subvariables, para lo cual es imprescindible entender bien la teoría en su desarrollo lógico y sus demostraciones.
- Exhibir múltiples ejemplos y aplicaciones.

**Objetivos específicos:**

- Comprender el concepto de funciones y entender sus propiedades.
- Entender el concepto de espacios normados y sus propiedades.
- Recordar algunas ideas básicas del Álgebra Lineal y aplicarlas en la concepción de función de  $\mathbb{R}^N$  en  $\mathbb{R}^M$ .
- Extender los conceptos funciones de  $\mathbb{R}^N$  en  $\mathbb{R}$ , y explicar sus principales características.
- Comprender el concepto transformaciones y aplicaciones en matrices, vectores y formas.
- Explicar las funciones de  $\mathbb{R}^N$  en  $\mathbb{R}^M$ , así como sus principales propiedades.
- Comprender los conceptos de máximos y mínimos, y reconocer sus propiedades.

Índice temático			
	Tema	Horas semestre	
		Teóricas	Prácticas
1	Funciones de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}^N$	28	0
2	Espacios normados (opcional)	7	0
3	Topología de $\mathbb{R}^N$ y funciones de $\mathbb{R}^N$ en $\mathbb{R}^M$	18	0
4	Funciones de $\mathbb{R}^N$ en $\mathbb{R}$	28	0
5	Transformaciones (opcional)	7	0
6	Funciones de $\mathbb{R}^N$ en $\mathbb{R}^M$	28	0
7	Máximos y mínimos	28	0
<b>Subtotal</b>		<b>144</b>	<b>0</b>
<b>Total</b>		<b>144</b>	

Contenido Temático	
	Tema y subtemas
1	<p><b>Funciones de <math>\mathbb{R}</math> en <math>\mathbb{R}^N</math></b></p> <p>1.1 Funciones de <math>\mathbb{R}</math> en <math>\mathbb{R}^N</math> como curvas en el espacio, límites y derivadas en términos de las componentes.</p> <p>1.2 La diferencial de una curva en el espacio, velocidad y el vector tangente, rapidez.</p> <p>1.3 Propiedades de los límites y la derivada con respecto a la suma y el producto.</p> <p>1.4 Curvas rectificables, longitud de arco, parametrización unitaria por longitud de arco, comparación de parametrizaciones.</p> <p>1.5 Normal principal, curvatura, torsión y plano osculante.</p> <p>1.6 Ejemplos de curvas en el plano y en el espacio.</p> <p>1.7 Fórmula de Frenet y Serret (opcional).</p>
2	<p><b>Espacios normados (opcional)</b></p> <p>2.1 Espacios vectoriales, normas en <math>\mathbb{R}^N</math>.</p>
3	<p><b>Topología de <math>\mathbb{R}^N</math> y funciones de <math>\mathbb{R}^N</math> en <math>\mathbb{R}^M</math></b></p> <p>3.1 Conjuntos abiertos, cerrados, frontera.</p> <p>3.2 Caracterización de compactos, prueba del teorema de Heine y Borel (opcional), producto de compactos.</p> <p>3.3 Conexidad y conexidad relativa.</p> <p>3.4 Definición de coordenadas polares, cilíndricas y esféricas.</p>

	<p>3.5 Funciones de <math>\mathbb{R}^N</math> en <math>\mathbb{R}^M</math>, límites y continuidad.</p> <p>3.6 Teoremas de continuidad en compactos o en conexos, ejemplos.</p> <p>3.7 Teorema de Bolzano y Weierstrass.</p> <p>3.8 Funciones continuas en compactos.</p>
<b>4</b>	<p><b>Funciones de <math>\mathbb{R}^N</math> en <math>\mathbb{R}</math></b></p> <p>4.1 Conjuntos de nivel y gráficas.</p> <p>4.2 Diferenciabilidad, propiedades, derivadas direccionales y derivadas parciales.</p> <p>4.3 Gradiente de una función, propiedades: dirección de máximo cambio, definición de puntos críticos.</p> <p>4.4 Teorema del valor medio, criterio de diferenciabilidad en términos de las parciales, derivadas de orden superior, plano tangente a una superficie.</p> <p>4.5 Diferenciales de orden k, aproximación por polinomios de Taylor, ejemplos.</p>
<b>5</b>	<p><b>Transformaciones (opcional)</b></p> <p>5.1 Matrices, determinantes, y resolución de sistemas.</p> <p>5.2 Valores y vectores propios.</p> <p>5.3 Formas bilineales y cuadráticas.</p>
<b>6</b>	<p><b>Funciones de <math>\mathbb{R}^N</math> en <math>\mathbb{R}^M</math></b></p> <p>6.1 Diferenciabilidad, jacobiano, regla de la cadena, ortogonalidad del gradiente a los conjuntos de nivel.</p> <p>6.2 Teoremas de la función inversa e implícita con demostraciones, ejemplos.</p> <p>6.3 Teorema del rango (opcional).</p> <p>6.4 Definición del operador de divergencia, laplaciano y rotacional.</p> <p>6.5 Ejemplos.</p>
<b>7</b>	<p><b>Máximos y mínimos</b></p> <p>7.1 Puntos críticos, formas cuadráticas definidas positivas, diagonalización y criterios de positividad, aplicación a hessianos para detectar máximos, mínimos y puntos silla, lema de Morse (opcional).</p> <p>7.2 Máximos y mínimos con restricciones, multiplicadores de Lagrange, ejemplos.</p>

<b>Estrategias didácticas</b>		<b>Evaluación del aprendizaje</b>	
Exposición	( X )	Exámenes parciales	( X )
Trabajo en equipo	( )	Examen final	( X )
Lecturas	( )	Trabajos y tareas	( )
Trabajo de investigación	( )	Presentación de tema	( )
Prácticas (taller o laboratorio)	( )	Participación en clase	( X )
Prácticas de campo	( )	Asistencia	( )
Aprendizaje por proyectos	( )	Rúbricas	( )
Aprendizaje basado en problemas	( )	Portafolios	( )
Casos de enseñanza	( )	Listas de cotejo	( )
Otras (especificar)		Otras (especificar)	

<b>Perfil profesiográfico</b>	
Título o grado	Matemático, físico, actuario o licenciado en ciencias de la computación.
Experiencia docente	Con experiencia docente
Otra característica	Especialista en el área de la asignatura a juicio del comité de asignación de cursos.

**Bibliografía básica:**

- Apostol, T.M., *Calculus, Volumen I*. México: Ed. Reverté, 2001.
- Courant, R., *Differential and Integral Calculus, Volumen II*. New York: J. Wiley, 1936.
- Courant, R., John, F., *Introducción al Cálculo y al Análisis Matemático, Volumen II*. México: Limusa, 1974.
- Lang, S., *Calculus of Several Variables*. New York: Springer, 1987.
- Marsden, J., Tromba, A., *Cálculo Vectorial*. México: Addison-Wesley, Pearson Educación, 1998.
- Thomas, G.B., Finney, R.L., *Cálculo: varias variables*. México: Addison-Wesley Longman, 1999.

**Bibliografía complementaria:**

- Buck, R.C., *Advanced Calculus*. New York: McGraw-Hill, 1978.
- Budak, B.M., Fomin, S.V., *Multiple Integrals Field Theory and Series*. Moscú: MIR, 1973.
- Crowell, R., Trotter, H., Williamson, R., *Cálculo de Funciones Vectoriales*. Bogotá: Prentice Hall Internacional, 1973.
- Fulks, W., *Cálculo Avanzado*. México: Limusa-Wiley, 1970.
- Spivak, M., *Cálculo en Variedades*. México: Ed. Reverté, 1987.
- Spivak, M., *Cálculo Infinitesimal (2ª ed.)*. México: Ed. Reverté, 1998.
- Stein, S.K., *Calculus and Analytic Geometry*. New York: McGraw Hill, 1992.
- Widder, D.V., *Advanced Calculus*. New York: Dover, 1989.