

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO****Facultad de Ciencias****Plan de estudios de la Licenciatura en Actuaría****Procesos Estocásticos I**

| | | | | | | |
|----------------------|--|-----------------------|------------------------------|----------------------------|--------------------|--|
| Clave 0630 | Semestre 5 | Créditos 10 | Área | | | |
| | | | Campo de conocimiento | Probabilidad y estadística | | |
| | | | Etapa | Básica | | |
| Modalidad | Curso (X) Taller () Lab () Sem () | | Tipo | T (X) P () T/P () | | |
| Carácter | Obligatorio (X) Optativo () | | Horas | | | |
| | Obligatorio E () Optativo E () | | | | | |
| | | | Semana | Semestre | | |
| | | | Teóricas | 5 | Teóricas 80 | |
| | | | Prácticas | 0 | Prácticas 0 | |
| | | | Total | 5 | Total 80 | |

Seriación

Ninguna ()

Obligatoria ()

Asignatura antecedente**Asignatura subsecuente**

Indicativa (X)

Asignatura antecedente

Probabilidad II.

Asignatura subsecuente

Teoría del Riesgo, Métodos Cuantitativos en Finanzas.

Objetivos generales:

- Conocer ejemplos y resultados básicos de la teoría.
- Ser capaz de modelar y simular fenómenos físicos y financieros utilizando procesos estocásticos.

Objetivos específicos:

- Explicar conceptos básicos, definiciones, ejemplos y aplicaciones de los procesos estocásticos.
- Explicar conceptos básicos, definiciones, ejemplos, resultados y aplicaciones de estos procesos.
- Definir y trabajar con procesos en tiempo continuo y espacio de estados discreto.

- Explicar el concepto de martingala a tiempo discreto. Estudiará ejemplos y aplicaciones.
- Conocer algunas propiedades del movimiento Browniano y sus aplicaciones.

| Índice temático | | | |
|------------------------|--|-----------------------|------------------|
| | Tema | Horas semestre | |
| | | Teóricas | Prácticas |
| 1 | Introducción y motivación | 5 | 0 |
| 2 | Cadenas de Markov con espacio de estados finito y numerable | 35 | 0 |
| 3 | Procesos de Poisson | 20 | 0 |
| 4 | Martingalas en tiempo discreto | 10 | 0 |
| 5 | Movimiento browniano | 10 | 0 |
| Total | | 80 | 0 |

| Contenido Temático | |
|---------------------------|---|
| | Tema y subtemas |
| 1 | <p>Introducción y motivación</p> <p>1.1 Definiciones elementales.</p> <p>1.2 Tipos de procesos estocásticos, clasificación general.</p> <p>1.3 Ejemplos de procesos estocásticos. Motivación.</p> |
| 2 | <p>Cadenas de Markov con espacio de estados finito y numerable</p> <p>2.1 Definiciones elementales: 2.1.1 Probabilidades de transición, distribución inicial, matriz de transición. 2.1.2 Ejemplos, incluyendo caminata aleatoria, cadenas de nacimiento y muerte, proceso de ramificación, cadena de Ehrenfest.</p> <p>2.2 Distribución conjunta, ecuaciones de Chapman-Kolmogorov.</p> <p>2.3 Tiempos de llegada y tiempos de absorción.</p> <p>2.4 Clasificación de estados, recurrencia y transitoriedad.</p> <p>2.5 Descomposición del espacio de estados.</p> <p>2.6 Distribución invariante. Para espacio de estados finito: cadenas regulares y teorema fundamental de convergencia, con demostración. Ejemplos y aplicaciones.</p> <p>2.7 Cadenas de Markov con espacio de estados numerable: recurrencia, irreducibilidad, periodicidad, distribución estacionaria y enunciado del teorema fundamental de convergencia.</p> <p>2.8 Simulación de Cadenas de Markov. Verificación de Propiedades Teóricas mediante la simulación.</p> |
| 3 | <p>Procesos de Poisson</p> <p>3.1 Diferentes definiciones del proceso de Poisson y su equivalencia. Propiedades.</p> |

| | |
|----------|---|
| | <p>3.2 Distribución de tiempos de espera, del tiempo de espera entre llegadas y distribución condicional de los tiempos de llegada dado el valor del proceso.</p> <p>3.3 Generalizaciones: Proceso de Poisson compuesto y riesgo, Proceso Poisson no homogéneo.</p> <p>3.4 Simulación de los procesos de Poisson, Poisson compuesto y Riesgo. Estimación de la intensidad.</p> |
| 4 | <p>Martingalas en tiempo discreto</p> <p>4.1 Definiciones, propiedades y ejemplos.</p> <p>4.2 Tiempos de paro.</p> <p>4.3 Enunciar los teoremas del paro opcional y de convergencia.</p> |
| 5 | <p>Movimiento browniano</p> <p>5.1 Definición y propiedades.</p> <p>5.2 Caminatas aleatorias y movimiento Browniano.</p> <p>5.3 Tiempos de llegada, el problema de la ruina del jugador.</p> <p>5.4 Movimiento Browniano Geométrico.</p> <p>5.5 Aplicaciones; valuación de opciones. Teorema del arbitraje y fórmula de Black-Scholes para valorar opciones.</p> <p>5.6 Simulación. Estimación de parámetros y distintos tiempos de llegada.</p> |

| Estrategias didácticas | | Evaluación del aprendizaje | |
|----------------------------------|-------|-----------------------------------|-------|
| Exposición | (X) | Exámenes parciales | (X) |
| Trabajo en equipo | () | Examen final | (X) |
| Lecturas | (X) | Trabajos y tareas | (X) |
| Trabajo de investigación | () | Presentación de tema | () |
| Prácticas (taller o laboratorio) | (X) | Participación en clase | (X) |
| Prácticas de campo | () | Asistencia | () |
| Aprendizaje por proyectos | () | Rúbricas | () |
| Aprendizaje basado en problemas | () | Portafolios | () |
| Casos de enseñanza | (X) | Listas de cotejo | () |
| Otras (especificar) | | Otras (especificar) | |

| Perfil profesiográfico | |
|-------------------------------|---|
| Título o grado | Egresado de la licenciatura en Matemáticas, Actuaría o alguna otra carrera afín. Es deseable que cuente con un posgrado en el área. |
| Experiencia docente | Con experiencia docente. |
| Otra característica | |

| |
|-----------------------------|
| Bibliografía básica: |
|-----------------------------|

La bibliografía para Cadenas de Markov es muy extensa. Los libros de Ross y de Hoel, Port y Stone resultan una buena combinación:

- Ross, S. M. (1996). Stochastic processes (2ª ed.). New York: Wiley Series in Probability and Statistics: Probability and Statistics. John Wiley & Sons Inc.
- Ross, S. M. (2000). Introduction to probability models (7ª ed.). Harcourt/Academic Press, Burlington, MA.
- Hoel, P. G., Port, S. C., & Stone, C. J. (1972). Introduction to stochastic processes. Houghton Mifflin Co., Boston, Mass.
- Rincón, L. (2012). Introducción a los procesos estocásticos. Las prensas de Ciencias, UNAM.
- Taylor, H. M. & Karlin, S. (1994). An introduction to stochastic modeling. Boston: Academic Press Inc.

Para cadenas de Markov, y para Martingalas sin filtraciones:

- Norris, J. R. (1998). Markov Chains. Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics. Cambridge: Cambridge University Press.

En el libro de Ross de Procesos estocásticos, Capítulo 8, viene la aproximación al Browniano como límite de caminatas aleatorias:

- Ross, S. M. (1996). Stochastic processes. Wiley Series in Probability and Statistics: Probability and Statistics (2ª ed.). New York: John Wiley & Sons Inc.

Los temas 3 y 5 de este programa se basan en las partes finales de los capítulos 5 y 10, respectivamente, del libro de Ross de modelos probabilísticos:

- Ross, S. M. (2000). Introduction to probability models (7ª ed.). Burlington: Harcourt/Academic Press.

Para Cadenas de Markov y simulación:

- Caballero, M. E., Rivero, V.M., Uribe, G. & Velarde, C. (2004). Cadenas de Markov. Un enfoque elemental. Número 29 en Textos Nivel Medio.

Bibliografía complementaria:

- Brzezniak, Z. y Zastawniak, T. (1999). Basic stochastic processes. Londres: Springer Undergraduate Mathematics Series, A course through exercises. Springer-Verlag Londres Ltd.
- Chung, K. L. (1979). Elementary probability theory with stochastic processes (3ª ed.). Nueva York: Serie Undergraduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag.
- Chung, K. L. (1982). Lectures from Markov processes to Brownian motion. New York: Springer-Verlag.
- Feller, W. (1968). An introduction to probability theory and its applications, Volumen I y II, (3ª ed.). New York: John Wiley & Sons Inc.
- Feller, W. (1968). An introduction to probability theory and its applications, Volumen I. New York: John Wiley & Sons Inc.
- Feller, W. (1971). An introduction to probability theory and its applications, Volumen II. New York: John Wiley & Sons Inc.
- Grimmet G. R. & Stirzaker, D. R. (2001). Probability and Random Processes (3ª ed.). Oxford University Press.
- Karlin, S. y Taylor, H. (1975). A first course in stochastic processes (2ª ed.). Nueva York-Londres: Academia Press.
- Papoulis, A. (1984). Probability, random variables, and stochastic processes (2ª ed.). Nueva York: McGraw-Hill Series in Electrical Engineering, Communications and Information Theory.
- Resnick, Sidney I. (1992). Adventures in Stochastic Processes. Boston: Birkhauser.
- Resnick, Sidney I. (1999). A Probability Path. Boston: Birkhauser.

- Ross, S. M. (2002). Simulation (3^a ed.). Elsevier Science & Tech.
- Stirzaker, D. (2005). Stochastic processes and models. Oxford: Oxford University Press.

Para movimiento Browniano, lectura adicional.

- Chung, K. L. (1995). Green, Brown, and Probability. World Scientific.
- Chung, K. L. (2002). Green, Brown, and probability & Brownian motion on the line. World Scientific Publishing Co. Inc., River Edge, NJ.